

# モデル予測制御の劣駆動型飛翔体への適用

○吉川浩平 矢納陽 見浪護 松野隆幸 (岡山大学)

**概要** 本研究で使用する劣駆動型飛翔体はヘリコプタを模擬している。ヘリコプタはホバリングや垂直上昇、垂直下降などの特異な性能があることから様々な分野で用いられている。しかし、非線形性が強く、飛行中に風などの外乱を受けやすいので姿勢を保つのが難しい。本研究では制御対象のモデルを利用してシステムの状態値を予測し、操作量を求める制御方式であるモデル予測制御を用いて姿勢の安定化を目指す。

**キーワード:** モデル予測制御、劣駆動型システム

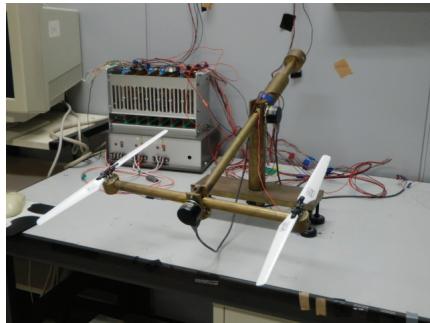


Fig. 1: Underactuated flight object

## 1 緒言

ヘリコプタはホバリングや垂直上昇、垂直下降などの特異な性能があることから様々な分野で用いられている。特に有人ヘリコプタは災害時や緊急を要する場合の救難救助、救急医療、消火活動で地上からの活動が難しい時に使用されたり、無人ヘリコプタは農薬散布や災害時の危険区域での情報収集などに使用されている。しかし、構造が複雑であり、飛行中に風などの外乱を受けやすいため問題点がある。本研究で使用する実験装置はツインロータヘリコプタを模擬した2入力3出力の劣駆動型飛翔体である。この実験装置では2つのローターによって揚力を生み出すことによって上昇方向と旋回方向の角度を制御する。非線形システムであるため劣駆動型飛翔体を制御することは難しい。劣駆動とは制御変数の数より制御入力の数のほうが少ないものであり、少ない入力でより多くの制御変数を有するシステムを制御できるようになれば軽量化や低コストなどのメリットがある。

本研究ではこの劣駆動型飛翔体をモデル予測制御で位置／姿勢制御することを考える。有限時間の最適制御問題を解くためには相応の計算時間が必要であるため、これまでに化学プラントなどの比較的遅いシステムに採用してきた。近年の計算機の発達と最適化アルゴリズムの向上に伴い、ロボットや自動車などの速い動特性を持つシステムへの適用と研究が活発化している。モデル予測制御は制御対象のモデルを利用してシステムの状態値を予測し、操作量を求める制御方式である。具体的には、ある時刻の制御対象の状態から予測区間内で仮想的に制御対象を動かし振る舞いを予測することで将来の状態を予測する。予測開始直後と予測終了時点での目標値との誤差を計算し、それを利用して制御ゲインを調整する。

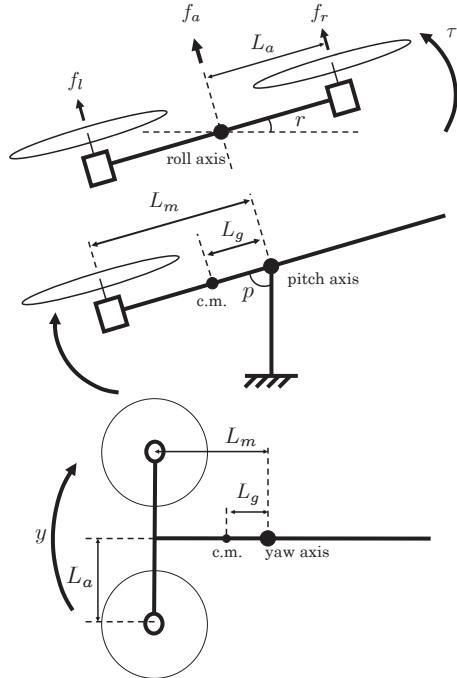


Fig. 2: Roll, pitch and yaw directions

## 2 劣駆動型飛翔体のモデリング

制御対象は3自由度の劣駆動型飛翔体である(Fig. 1)。左右のロータを回すためにモータを2つ、ロール角、ピッチ角、ヨー角の角度を検出するためにエンコーダを3つ付けた2入力3出力のシステムである。ロータのトルクにとって飛翔体が回転しないようにするために左右のロータの回転方向は逆向きにする。劣駆動型飛翔体の3つの運動方程式を以下に示す。

ロール角方向:

$$I_r \ddot{r} + D_r \dot{r} = \tau \quad (1)$$

ピッチ角方向:

$$I_p \ddot{p} + D_p \dot{p} + mgL_g \sin p = L_m f_a \cos r \quad (2)$$

ヨー角方向:

$$I_y \ddot{y} + D_y \dot{y} = L_m f_a \sin r \quad (3)$$

ここで  $r$ ,  $p$ ,  $y$  は各方向の角度,  $m$  は機体の重さ,  $g$  は重力,  $I_r$ ,  $I_p$ ,  $I_y$  は各方向の慣性モーメント,  $D_r$ ,  $D_p$ ,  $D_y$  は各方向の粘性摩擦係数,  $L_m$  は軸からロールリンクまでの距離,  $L_g$  は軸から機体の重心までの距離

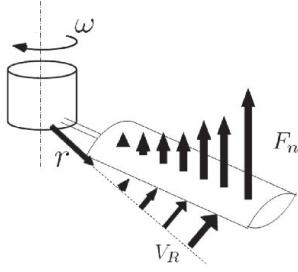


Fig. 3: Forces which act on the face of rotor

である。 $f_l$  と  $f_r$  の合力を  $f_a$ ,  $\tau$  はロール角方向のモーメントである。

$$\begin{aligned} f_a &= f_r + f_l \\ \tau &= L_a(f_l - f_r) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで  $f_r$  と  $f_l$  は左右ロータの揚力,  $L_a$  はロールリンクからモータまでの腕の長さとする。

$$\begin{aligned} f_r &= \omega_r^2 A = A(ku_r)^2 = Ak^2 u_1 \\ f_l &= \omega_l^2 A = A(ku_l)^2 = Ak^2 u_2 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで  $\omega_{r,l}$  は左右ロータの角速度,  $A$  はロータの形状に関する係数,  $u_{r,l}$  は左右モータの入力電圧,  $k$  は電圧と角速度に関する係数である。そして  $\omega_r = ku_r$ ,  $\omega_l = ku_l$  の関係が成り立つものとする。

### 2.0.1 揚力の導出

飛翔体はロータの揚力で位置／姿勢を制御する。ロータの揚力はロータの角速度との間に関係式が成り立つ。ロータの微小面積当たりの揚力は以下のように表せる。

$$F_n = \frac{1}{2} \rho V_R^2 S C_z \quad (6)$$

$$V_R = \omega r \quad (7)$$

ここで  $F_n$  は微小面積当たりの揚力,  $\rho$  は空気密度,  $V_R$  は対気速度,  $S$  はロータの表面積,  $C_z$  は揚力係数,  $r$  は軸からの距離である。Fig. 3 に示すように  $F_n$  は  $r$  の関数となる。空気密度  $\rho$ , 対気速度  $V_R$  は変数であり、ロータの表面積  $S$ , 翼型及び翼の表面状態 ( $C_z$  に影響) は定数である。微小面積当たりの揚力  $F_n$  の合力がロータの全揚力  $F_N$  であるのでロータの全揚力  $F_N$  は(8)式のようになる。

$$\begin{aligned} F_N &= 2 \int_0^R F_n dr \\ &= \int_0^R \rho(r\omega)^2 S C_z dr \\ &= \omega^2 S \int_0^R \rho r^2 C_z dr \\ &= \omega^2 A \end{aligned} \quad (8)$$

ここで  $R$  はロータの半径であり、ロータの形状に関する係数  $A$  は(9)式のようになる。

$$A = S \int_0^R \rho r^2 C_z dr \quad (9)$$

### 2.0.2 入力電圧

ハードウェアの仕様により以下のようないい入力電圧制限を設ける。

$$\begin{aligned} 0[V] &\leq u_r \leq 7[V] \\ 0[V] &\leq u_l \leq 7[V] \end{aligned} \quad (10)$$

## 3 PID 制御系の設計

前章で述べたことを考慮して劣駆動型飛翔体の制御設計をする。2章で求めた運動方程式を制御するためにはピッチ角とヨ一角を目標値に追従させるための制御入力を与え、ロール角はそれを達成する望ましいロール角を仮想的な目標値とする制御系を設計する。

$$\begin{aligned} I_r \ddot{r} + D_r \dot{r} &= L_a A k^2 (u_2 - u_1) \\ I_p \ddot{p} + D_p \dot{p} + mgL_g \sin p &= L_m A k^2 (u_1 + u_2) \cos r \\ I_y \ddot{y} + D_y \dot{y} &= L_m A k^2 (u_1 + u_2) \sin r \end{aligned} \quad (11)$$

ここで  $u_1$  は  $u_r$  の 2 乗,  $u_2$  は  $u_l$  の 2 乗である。各方程式は定数を置き換えると以下のようになる。

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{r} + a_2 \dot{r} &= u_2 - u_1 \\ b_1 \ddot{p} + b_2 \dot{p} + b_3 \sin p &= (u_1 + u_2) \cos r \\ c_1 \ddot{y} + c_2 \dot{y} &= (u_1 + u_2) \sin r \end{aligned} \quad (12)$$

各パラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{I_r}{L_a A k^2} & b_1 &= \frac{I_p}{L_m A k^2} \\ a_2 &= \frac{D_r}{L_a A k^2} & b_2 &= \frac{D_p}{L_m A k^2} \\ c_1 &= \frac{I_y}{L_m A k^2} & b_3 &= \frac{mgL_g}{L_m A k^2} \\ c_2 &= \frac{D_y}{L_m A k^2} \end{aligned}$$

(12) から、ロール角、ピッチ角、ヨ一角方向の運動に関する式を定義する。

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{a_1} \{-a_2 \dot{r} + (u_2 - u_1)\} \\ F_p &= \frac{1}{b_1} \{-b_2 \dot{p} - b_3 \sin p + (u_1 + u_2) \cos r\} \\ F_y &= \frac{1}{c_1} \{-c_2 \dot{y} + (u_1 + u_2) \sin r\} \end{aligned} \quad (13)$$

さらに、理想的な制御入力  $F_p^*$ ,  $F_y^*$  を考えると以下のようになる。

$$\begin{aligned} F_p^* &= \frac{1}{b_1} (-b_2 \dot{p} - b_3 \sin p + z_p \cos r) \\ F_y^* &= \frac{1}{c_1} (-c_2 \dot{y} + z_y \sin r) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで  $z_p$  と  $z_y$  は  $u_1$  と  $u_2$  を置き換えたものである。(14) から、望ましいロール角の目標値を得る。

$$r^* = \tan^{-1} \left( \frac{c_1}{b_1} \frac{F_y^* + \frac{c_2}{c_1} \dot{y}}{F_p^* + \frac{b_2}{b_1} \dot{p} + \frac{b_3}{b_1} \sin p} \right) \quad (15)$$

望ましい制御入力  $F_p^*$ ,  $F_y^*$  は PID 制御に適応すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} F_p^* &= -K_{P2}(p - p_d) - K_{I2} \int (p - p_d) - K_{D2}\dot{p} \\ F_y^* &= -K_{P3}(y - y_d) - K_{I3} \int (y - y_d) - K_{D3}\dot{y} \end{aligned} \quad (16)$$

望ましい制御入力  $F_r^*$  は PD 制御を適応すると以下のようになる。

$$F_r^* = -K_{P1}(r - r^*) - K_{D1}\dot{r} \quad (17)$$

ここで

$$\begin{aligned} u_2 - u_1 &= a_1 F_r^* + a_2 \dot{r} = z_1 \\ u_1 + u_2 &= \frac{b_1 F_p^* + b_2 \dot{p} + b_3 \sin p}{\cos r} = z_2 \end{aligned} \quad (18)$$

(18) から,  $u_1$  と  $u_2$  を得る。

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{z_2 - z_1}{2} \\ u_2 &= \frac{z_1 + z_2}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

そして  $u_1 = u_r^2$  と  $u_2 = u_l^2$  の関係から,  $u_r$  と  $u_l$  が得られる。

$$\begin{aligned} u_r &= \sqrt{u_1} \\ u_l &= \sqrt{u_2} \end{aligned} \quad (20)$$

なお, 逆回転はさせないので  $u_r, u_l > 0$  のときのみ値をとり,  $u_r, u_l < 0$  のときは  $u_r, u_l = 0$  とする。

#### 4 モデル予測制御

本研究ではある時刻の制御対象の状態に基づいてモデルの振る舞いを予測し, その結果によって制御ゲインを調整し, 制御入力を決定する。具体的には, ある時刻の制御対象の状態から予測区間内で仮想的に制御対象を動かし振る舞いを予測することで将来の状態を予測する。予測開始直後と予測終了時点での目標値との誤差を計算し, それを利用して制御ゲインを調整する。予測開始直後の目標値との誤差を  $E_i$ , 予測終了後の目標値との誤差を  $E_f$  として予測誤差  $E_p$  を次のように定義する。

$$E_p = |E_i| - |E_f| \quad (21)$$

この  $E_p$  を用いてゲインを調整していく。具体的な制御ゲインの調整法は次章のシミュレーションのところで述べる。

#### 5 シミュレーション

初期値と目標値を Table 1 に示す。ロール角の目標値はピッチ角とヨー角を目標値に追従せしように仮想的な目標値を設定するので  $r^*$  となる。制御対象の出力値(制御量)は runge-kutta 法で更新する。実時間の runge-kutta の刻み幅を 0.01[s], 予測をする際の runge-kutta の刻み幅を 0.6[s] とする。

Table 1: Initial and reference signals

	Roll	Pitch	Yaw
Initial signal [rad]	0.0	1.23	0.0
Reference signal [rad]	$r^*$	$\frac{\pi}{2}$	0.1

Table 2: Parameters of controlled target

$a_1 = 15.9$	$b_1 = 43.7$
$a_2 = 1.02$	$b_2 = 1.02$
$c_1 = 24.7$	$b_3 = 36.1$
$c_2 = 1.84$	

Table 3: Initial value of each gain

	Roll( $i = 1$ )	Pitch( $i = 2$ )	Yaw( $i = 3$ )
$K_{Pi}$	0.03	0.03	0.01
$K_{Ii}$	0.0	0.001	0.001
$K_{Di}$	0.3	0.3	0.3

今回はピッチ角方向を制御することを考え,  $K_P$  ゲインの調整を行うアルゴリズムを考える。 $E_p < 0$  のとき, それは目標値との誤差が大きくなっているということなのでゲインを減少させる。よってこの時はゲインを反転させる。

$$K_{P2} = -1.0 * K_{P2} \quad (22)$$

また,  $|E_f| > 0.1 * |p_d|$  のとき, つまり目標値との誤差は小さくなっているが目標値に十分到達していないときはゲインを徐々に増やす。

$$K_{P2} = K_{P2} + \frac{K_{P2}}{|K_{P2}|} * 0.03 \quad (23)$$

シミュレーション結果を Fig. 4~Fig. 8 に示す。また, 予測なしのシミュレーション結果を Fig. 9~Fig. 11 に示す。シミュレーション結果からゲインの調整を行ったピッチ角において予測をしたほうが予測をしない場合よりオーバーシュートが少なく, より速く目標値に追従していることがわかる。これによりモデル予測制御によりゲインの調整を行うことの有効性を示すことができた。

#### 6 結言

本論文では, 劣駆動型飛翔体にモデル予測制御を適用し, その有効性をシミュレーションを通して検証した。今後の課題としてはゲインを調整するアルゴリズムについて検討することが挙げられる。

#### 参考文献

- 1) K. Yoshikawa, A. Yanou and M. minami :“Position/Orientation Control of an Underactuated Flight Object Based on Two Degree-of-Freedom PID Control”, SICE Annual Conference 2012.[PDF, English]
- 2) 大塚 敏之：非線形最適制御入門, コロナ社 (2010) .

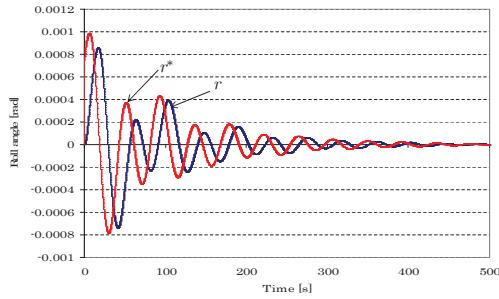


Fig. 4: Simulation result(roll)

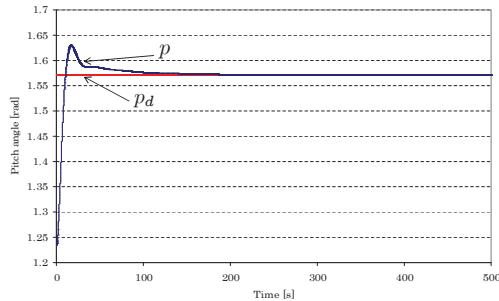


Fig. 5: Simulation result(pitch)

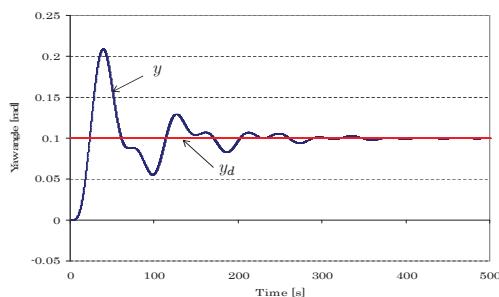


Fig. 6: Simulation result(yaw)

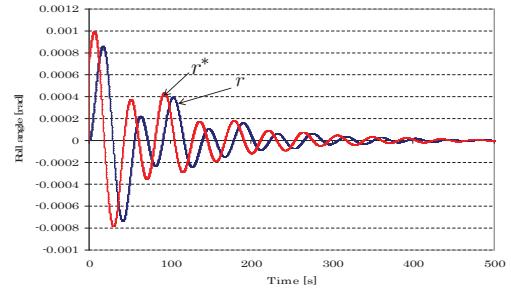


Fig. 9: Simulation result without prediction(roll)

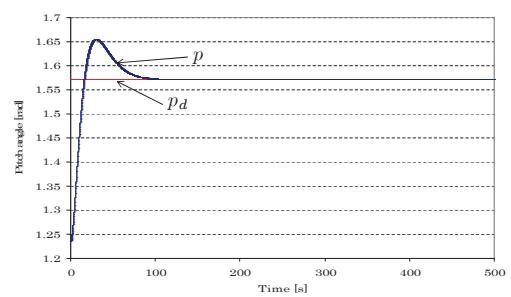


Fig. 10: Simulation result without prediction(pitch)

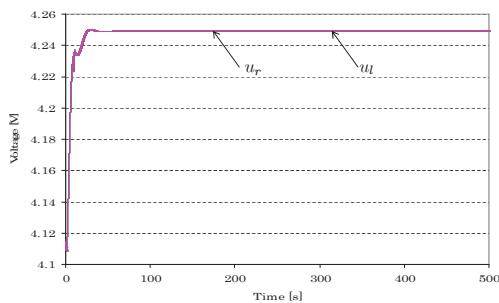


Fig. 7: Simulation result(voltage)

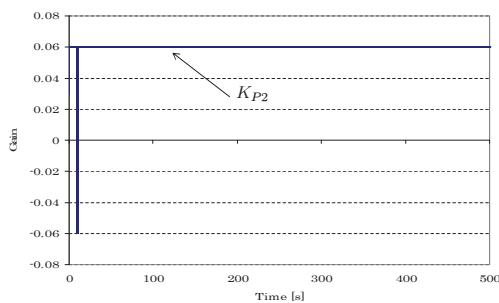


Fig. 8: Simulation result(gain)

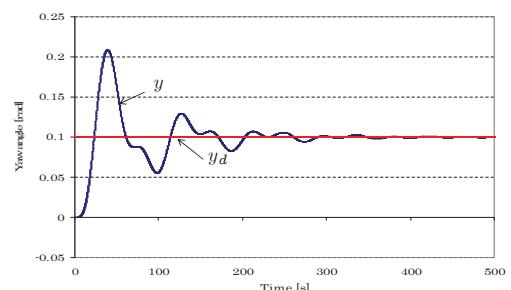


Fig. 11: Simulation result without prediction(yaw)