

# 拘束運動中の力制御冗長性を利用する冗長マニピュレータの位置/力非干渉化制御

○鷲野悠人 見浪護 矢納陽 顧文昊 (岡山大学)

**概要** 人間は字を書く時に肘を机につくことで少ないエネルギーできれいな字を書くことができる。これは肘をつくことで正確な動作が少ないエネルギーで達成できることを示している。本報では、マニピュレータの一部のリンクを外界と意図的に接触させるような拘束状態で拘束力と非拘束方向のマニピュレータの運動を非干渉化しつつ制御する制御方法を提案する。

**キーワード:** Decoupling Position/Force Control, Redundant Manipulator

## 1 はじめに

現在、工場などの生産現場を中心として人間の腕や手と似た形状を持った多関節マニピュレータが用いられている。この多関節マニピュレータは、自由度が多いほど冗長性が増し障害物を回避する能力が向上したり、複雑な作業をすることが可能になるというメリットがあるが、リンクの数が増えるほどリンクによりマニピュレータの自重が増し、重力によって下にさがってしまう。それによって、手先の精度が悪くなったり、制御時に消費されるエネルギーが増加してしまう。

一方、人間の身体も自由度が多いが、日常生活において無意識のうちに効率のいい姿勢をとっている。例えば、紙に字を書く時には肘や手首を机に接触させることができるのである。この場合接触させない場合よりも少ない力で丁寧に字を書くことができる。一般的にはマニピュレータなどの産業用ロボットは、周囲の環境の中で物体に接触しないで使用されるが、このような人間の動作を模倣し、冗長マニピュレータを周囲の環境に接触させることで作業を行うときにエネルギーの消費を減らすことができる。また、そのようなマニピュレータを移動ロボットに乗せることによって、作業現場まで直接移動してその場所で作業を行うことができるため、そのようなロボットのように今報告では移動ロボットを考慮したシミュレーションとなっている。これが確立されれば、レスキューロボットや工場などの生産現場などで利用されているマニピュレータに応用することによってそれらの発展につなげることができる。また、作業現場まで移動しアームを伸ばすときや、作業中に行っている作業によってマニピュレータの関節と周りの環境が非接触状態から接触状態へと変化することが考えられ、関節と地面の衝突についても考えなくてはならない。

本報では、マニピュレータの一部のリンクを外界と意図的に接触させるような拘束状態で拘束力と非拘束方向のマニピュレータの運動を非干渉化しつつ制御する制御方法を提案する。また、作業中に起こるマニピュ

レータの関節と地面の衝突についてシミュレーションで示し、非干渉化位置/力同時制御のコントローラで目標抗力を設定した時の拘束条件の切り替えについての問題点について述べる。

## 2 移動マニピュレータのハンド拘束運動

ニュートンオイラー法による水平面上を走行する移動マニピュレータの運動方程式は、 $\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}$  と表される<sup>4)</sup>。ここでは移動マニピュレータのハンドが拘束面に接触しつつ運動する作業について考える。 $\mathbf{q} \in R^s$  を一般化座標、 $\boldsymbol{\tau} \in R^s$  を一般化入力  $f_n$  を抗力、 $f_t$  を摩擦力とすると、ハンド拘束状態の運動方程式は、

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ = \boldsymbol{\tau} + \{(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T})^T / \|\frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T}\|\} f_n - (\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T})^T \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\|\dot{\mathbf{r}}\|} f_t \quad (1) \end{aligned}$$

と表される。ただし、 $\mathbf{M}$  は  $s \times s$  の慣性行列、 $\mathbf{H}$  と  $\mathbf{G}$  はコリオリ力・遠心力と重力の影響を表す  $s \times 1$  の縦ベクトル、 $\mathbf{D}$  は関節の粘性摩擦係数を表す  $s \times s$  の対角行列  $\mathbf{D} = \text{diag}[D_1, D_2, \dots, D_s]$  である。ここで、手先の位置姿勢ベクトル  $\mathbf{r} \in R^s$  と超曲面を表すスカラー関数の拘束条件  $C$  は順運動学関係式より、

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{q}) \quad (2)$$

$$C(\mathbf{r}(\mathbf{q})) = 0 \quad (3)$$

と表される。ここで拘束されるハンドは作業座標系の中で非拘束方向に運動できる自由度が残されていることから  $s > 1$  である。また、本論文では一般化座標  $\mathbf{q}$  は関節角度、一般化入力  $\boldsymbol{\tau}$  は入力トルクを表す。ここで抗力  $f_n$  と摩擦力  $f_t$  は直行であり、かつ  $f_t = Kf_n$  ( $K$  は比例定数:  $0 < K \leq 1$ ) の 2 つの関係を仮定する。

## 3 肘付き拘束運動

$s$  リンクマニピュレータの中間リンクが  $p$  個の拘束

$$C_i(\mathbf{r}_i(\mathbf{q})) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (4)$$

を受けているときの運動方程式について考える。ここで  $\mathbf{r}_i$  は拘束を受けている第  $i$  リンクの位置/姿勢を表す運動学方程式であり、式 (2) と同様、

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(\mathbf{q}) \quad (5)$$

である。ただし、 $r_i$  は厳密には  $q$  全てには依存しない。

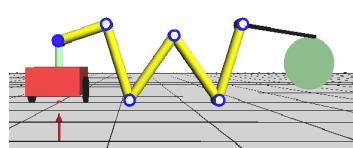


Fig. 1: Mobile Redundant Manipulator

式(1)は、ハンド拘束運動を表している。拘束条件が複数存在する場合には、式(1)の右辺第2項の拘束力の係数ベクトルと右辺第3項の摩擦力の係数ベクトルはそれぞれ、

$$\left(\frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T}\right)^T / \left\|\frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{r}_i^T}\right\| = \mathbf{j}_{ci}^T \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{q}^T}\right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}_i}{\|\dot{\mathbf{r}}_i\|} = \mathbf{j}_{ti}^T \quad (7)$$

の  $s \times 1$  の縦ベクトルとなる。さらに、

$$\mathbf{J}_c^T = [\mathbf{j}_{c1}^T, \mathbf{j}_{c2}^T, \dots, \mathbf{j}_{cp}^T] \quad (8)$$

$$\mathbf{J}_t^T = [\mathbf{j}_{t1}^T, \mathbf{j}_{t2}^T, \dots, \mathbf{j}_{tp}^T] \quad (9)$$

$$\mathbf{f}_n = [f_{n1}, f_{n2}, \dots, f_{np}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{f}_t = [f_{t1}, f_{t2}, \dots, f_{tp}]^T \quad (11)$$

と定義する。 $\mathbf{J}_c^T, \mathbf{J}_t^T$  は  $s \times p$  行列であり、 $\mathbf{f}_n, \mathbf{f}_t$  は  $p \times 1$  の縦ベクトルである。これらを考慮すると、 $p$  個の点で中間リンクが拘束されているマニピュレータの運動方程式は、

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_c^T \mathbf{f}_n - \mathbf{J}_t^T \mathbf{f}_t \end{aligned} \quad (12)$$

となる。また、式(4)を時間  $t$  で2回微分し、 $\ddot{\mathbf{q}}$  の拘束条件を求めるとき、

$$\dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}^T} \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} + \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (13)$$

が得られる。マニピュレータが常に拘束面に拘束されるためには、式(12)の解  $\mathbf{q}(t)$  が時間  $t$  に無関係に式(4)を満たさなければならない。式(4)の時間微分によって得られた式(13)を満たす  $\ddot{\mathbf{q}}$  と式(12)の  $\ddot{\mathbf{q}}$  が同じ値をとるとき、式(12)の  $\mathbf{q}(t)$  は式(4)を満たすことになる。

式(12)と式(13)を行列で表すと、

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M} & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \\ \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h} - \mathbf{g} - \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}^T} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

となりトルク入力の場合の連立方程式が得られ、未知である  $\ddot{\mathbf{q}}$  と  $\mathbf{f}_n$  が求まる。

#### 4 モータを含めたロボットダイナミクス

本研究では、マニピュレータの関節を動かすのに使うモータを直流サーボモータの等価な電子回路とする。ここで、モータの端子電圧  $v_i$ 、抵抗  $R_i$ 、インダクタンス  $L_i$ 、回路を流れる電流  $i_i$ 、モータの角変位  $\theta_i$ 、発生トルク  $\tau_{gi}$ 、負荷トルク  $\tau_{Li}$ 、逆起電力  $v_{gi}$ 、モータの慣性モーメント  $I_{mi}$ 、逆起電力定数  $K_{Ei}$ 、トルク定数  $K_{Ti}$ 、減速機の粘性摩擦係数  $d_{mi}$  とする。このときモータについて次の関係式が成り立つ。式(15)は電圧方程式、

式(16)は逆起電力、式(17)は運動方程式、式(18)は発生トルクである。

$$v_i(t) = L_i \dot{i}_i + R_i i_i(t) + v_{gi}(t) \quad (15)$$

$$v_{gi}(t) = K_{Ei} \dot{\theta}_i(t) \quad (16)$$

$$I_{mi} \ddot{\theta}_i = \tau_{gi}(t) - \tau_{Li}(t) - d_{mi} \dot{\theta}_i \quad (17)$$

$$\tau_{gi}(t) = K_{Ti} i_i(t) \quad (18)$$

ただし、磁界と各定数との関係から直流モータでは、 $K_{Ti} = K_{Ei} (= K_i)$  であることが知られている。

ここで、式(16)を式(15)に、式(18)を式(17)にそれぞれ代入すると、

$$v_i = L_i \dot{i}_i + R_i i_i + K_i \dot{\theta}_i \quad (19)$$

$$I_{mi} \ddot{\theta}_i = K_i i_i - \tau_{Li} - d_{mi} \dot{\theta}_i \quad (20)$$

となる。また、モータを減速比が  $k_i$  の歯車列を介してマニピュレータに取り付けた場合、

$$\theta_i = k_i q_i \quad (21)$$

$$\tau_{Li} = \frac{\tau_i}{k_i} \quad (22)$$

となり、式(19)、式(20)を  $\dot{i}_i$  と  $\tau_i$  の式にすると、

$$L_i \dot{i}_i = v_i - R_i i_i - K_i k_i \dot{q}_i \quad (23)$$

$$\tau_i = -I_{mi} k_i^2 \ddot{q}_i + K_i k_i i_i - d_{mi} k_i^2 \dot{q}_i \quad (24)$$

となる。式(23)、式(24)をベクトル、行列で表記する場合、

$$\mathbf{L}\dot{\mathbf{i}} = \mathbf{v} - \mathbf{R}\mathbf{i} - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \quad (25)$$

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{D}_m \dot{\mathbf{q}} \quad (26)$$

と置く。ここに、

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_s]^T$$

$$\mathbf{i} = [i_1, i_2, \dots, i_s]^T$$

であり、また、

$$\mathbf{L} = diag[L_1, L_2, \dots, L_s]$$

$$\mathbf{R} = diag[R_1, R_2, \dots, R_s]$$

$$\mathbf{K}_m = diag[K_{m1}, K_{m2}, \dots, K_{ms}]$$

$$\mathbf{J}_m = diag[J_{m1}, J_{m2}, \dots, J_{ms}]$$

$$\mathbf{D}_m = diag[D_{m1}, D_{m2}, \dots, D_{ms}]$$

$$K_{mi} = K_i k_i, J_{mi} = I_{mi} k_i^2, D_{mi} = d_{mi} k_i^2$$

と定義し、すべて正の要素を持つ。

式(26)を式(12)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & (\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_m) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m) \dot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{K}_m \mathbf{i} + \mathbf{J}_c^T \mathbf{f}_n - \mathbf{J}_t^T \mathbf{f}_t \end{aligned} \quad (27)$$

となる。

## 5 複数拘束条件付、ロボット/モータの連立方程式

摩擦力  $f_t$  は拘束力  $f_n$  に比例して決定されるため、比例定数を  $K_e$  とすると、 $f_t = K_e f_n$  となる。また、式(27)と式(13)の  $\ddot{\mathbf{q}}$  が同じ値をとるため、拘束力  $\mathbf{f}_n$  は従属的に決定される。この関係を陽に表すため、式(27)、式(13)を、

$$(\mathbf{M} + \mathbf{J}_m) \ddot{\mathbf{q}} - \left( \mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}_e \right) \mathbf{f}_n = \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{H} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m) \dot{\mathbf{q}} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \ddot{\mathbf{q}} &= - \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}^T} \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \dot{\mathbf{q}} \right] \dot{\mathbf{q}} \\ &= - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (29)$$

と変形する。式(29)の左辺の  $\partial C_i / \partial \mathbf{q}^T$  は  $1 \times s$  の横ベクトルであり、右辺の  $\dot{\mathbf{q}}^T \left[ (\partial / \partial \mathbf{q}) (\partial C_i / \partial \mathbf{q}^T) \right] \dot{\mathbf{q}}$  は  $1 \times 1$  のスカラーである。式(28)、式(29)、式(23)を合わせて p 点の拘束を受けるモータを含むマニピュレータの運動方程式は次式であらわされる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} + \mathbf{J}_m & - \left( \mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}_e \right) & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{H} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m) \dot{\mathbf{q}} \\ - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v} - \mathbf{R} \mathbf{i} - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (30)$$

ここで、慣性項  $(\mathbf{M} + \mathbf{J}_m)$  は  $n \times n$  行列、抗力の係数ベクトル  $(\mathbf{j}_c^T - \mathbf{j}_t^T \mathbf{K})$  は  $n \times p$  の縦ベクトル、 $\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}^T$  は  $p \times n$  の横ベクトル、インダクタンス  $\mathbf{L}$  は  $n \times n$  の対角行列である。

## 6 肘付きのダイナミクスの代数関係

本節では  $\mathbf{f}_n$  の導出方法について述べる。まず、式(12)、(13)から  $\ddot{\mathbf{q}}$  を消去すると

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \left\| \frac{\mathbf{f}_n}{\partial \mathbf{C}} \right\| \\ &= \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} \left( \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau} \right) \\ & \quad - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (31)$$

が得られる。

ここで、 $(\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}^T) \mathbf{M}^{-1} (\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}^T)^T = \mathbf{M}_c$  と置くことにより、

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_c \mathbf{f}_n &= \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right\| \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} \right. \\ & \quad \left. + \mathbf{h} + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau} \right) - \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right\| \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (32)$$

となり、また

$$\mathbf{B} = \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \mathbf{M}^{-1} \quad (33)$$

と置くと式(32)は以下のようにになる。ただし、 $p \times n$  行列の  $\mathbf{B}$  は  $\text{rank}(\mathbf{B}) = p$  で行フルランクの行列である。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_c \mathbf{f}_n &= \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{B} \{ \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} \} \\ & \quad - \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (34)$$

となる。ここで

$$\mathbf{a} = \mathbf{B} \{ \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} \} - \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \quad (35)$$

とすると

$$\mathbf{M}_c \mathbf{f}_n = \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{a} \quad (36)$$

となる。さらに

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_c - \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \quad (37)$$

と置くことにより、

$$\mathbf{A} \mathbf{f}_n = \mathbf{a} - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} \quad (38)$$

となり、拘束点の抗力  $\mathbf{f}_n$  は入力トルク  $\boldsymbol{\tau}$  との代数方程式から求めることができる。

## 7 位置/力非干渉化制御のコントローラ

拘束条件  $\mathbf{C}(\mathbf{r}(\mathbf{q}))$  と等しい次元にあり、環境と拘束された複数のリンクの間に働く目標抗力  $\mathbf{f}_{nd}$  を得られる抗力と位置を分離制御する制御則は式(38)から直接得ることができる。

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}^+ (\mathbf{a} - \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) \mathbf{l} \quad (39)$$

$\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}$  は行フルランクの行列、 $\mathbf{M}$  は常に正則であるので  $p \times n$  行列の  $\mathbf{B}$  は  $\text{rank}(\mathbf{B}) = p$  で行フルランクの行列である。そこで、 $n \times 1$  のベクトル  $\boldsymbol{\tau}$  は抗力を制御したあとに  $n-p$  の冗長性があり、 $\text{rank}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) = n-p$  となる。したがって、 $\boldsymbol{\tau}$  の残っている制御入力は手先目標軌道  $\mathbf{r}_d$  を追従するためや他の目的のために任意のベクトル  $\mathbf{l}$  として使うことができる。 $p \times n$  の行列  $\mathbf{B}(\mathbf{q})$  が行フルランクと仮定し、式(38)への入力である式(39)の  $\boldsymbol{\tau}$  が閉ループであることを考えれば下式を得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \mathbf{f}_n &= \mathbf{a} - \mathbf{B} \{ \mathbf{B}^+ (\mathbf{a} - \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) \mathbf{l} \} \\ &= \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd} \end{aligned} \quad (40)$$

$p \times p$  の行列  $\mathbf{A}$  が逆行列を持つとき、 $\mathbf{f}_n = \mathbf{f}_{nd}$  となる。

式(39)は直接トルクを発生させることができる直接駆動モータのロボットでは使うことができるが、普通のモータの入力は電圧である。この場合、式(39)のコントローラは下式に書き換えることができる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}_v [\mathbf{B}^+ (\mathbf{a} - \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) \mathbf{l}] \quad (41)$$

ここで  $\mathbf{v}$  はモータの入力電圧、 $\mathbf{K}_v$  は正定値の係数行列である。

## 7.1 一点拘束の場合

ここで,  $l$ は次式で与えるとする.

$$l = \Delta\tau_1 + \Delta\tau_2 + \Delta\tau_3 \quad (42)$$

肘 4 を拘束し, 肘 6 を拘束しない場合に,  $\Delta\tau_1$ ,  $\Delta\tau_2$ ,  $\Delta\tau_3$  は手先と肘の位置制御に用い, 以下の式で与える.

$$\Delta\tau_1 = \mathbf{J}_n^T [\mathbf{K}_{pn}(\mathbf{r}_{nd} - \mathbf{r}_n) + \mathbf{K}_{dn}(\dot{\mathbf{r}}_{nd} - \dot{\mathbf{r}}_n)] \quad (43)$$

$$\Delta\tau_2 = \mathbf{J}_4^T [\mathbf{K}_{p4}(y_{4d} - y_4) + \mathbf{K}_{d4}(\dot{y}_{4d} - \dot{y}_4)] \quad (44)$$

$$\Delta\tau_3 = \mathbf{J}_6^T [\mathbf{K}_{p6}(y_{6d} - y_6) + \mathbf{K}_{d6}(\dot{y}_{6d} - \dot{y}_6)] \quad (45)$$

ただし,  $\mathbf{J}_n$ ,  $\mathbf{J}_4$ ,  $\mathbf{J}_6$  は手先と肘までのヤコビ行列,  $\mathbf{K}_{pn}$ ,  $\mathbf{K}_{p4}$ ,  $\mathbf{K}_{p6}$  は比例ゲイン,  $\mathbf{K}_{dn}$ ,  $\mathbf{K}_{d4}$ ,  $\mathbf{K}_{d6}$  は微分ゲイン,  $\mathbf{r}_{nd} = [y_{nd}, z_{nd}]^T$ ,  $y_{4d}$ ,  $\mathbf{r}_{6d} = [y_{6d}, z_{6d}]^T$  は手先と肘の目標位置,  $\mathbf{r}_n = [y_n, z_n]^T$ ,  $y_4$ ,  $y_6 = [y_6, z_6]^T$  は手先と肘の実際の位置を表す.

## 7.2 二点拘束の場合

一点拘束の場合と同じように  $l$  は式 (46) で与える. 肘 4 と肘 6 を拘束する場合に,  $\Delta\tau_1$ ,  $\Delta\tau_2$ ,  $\Delta\tau_3$  は手先と肘の位置制御に用い, 以下の式で与える.

$$\Delta\tau_1 = \mathbf{J}_n^T [\mathbf{K}_{pn}(\mathbf{r}_{nd} - \mathbf{r}_n) + \mathbf{K}_{dn}(\dot{\mathbf{r}}_{nd} - \dot{\mathbf{r}}_n)] \quad (46)$$

$$\Delta\tau_2 = \mathbf{J}_4^T [\mathbf{K}_{p4}(y_{4d} - y_4) + \mathbf{K}_{d4}(\dot{y}_{4d} - \dot{y}_4)] \quad (47)$$

$$\Delta\tau_3 = \mathbf{J}_6^T [\mathbf{K}_{p6}(y_{6d} - y_6) + \mathbf{K}_{d6}(\dot{y}_{6d} - \dot{y}_6)] \quad (48)$$

ただし,  $\mathbf{J}_n$ ,  $\mathbf{J}_4$ ,  $\mathbf{J}_6$  は手先と肘までのヤコビ行列,  $\mathbf{K}_{pn}$ ,  $\mathbf{K}_{p4}$ ,  $\mathbf{K}_{p6}$  は比例ゲイン,  $\mathbf{K}_{dn}$ ,  $\mathbf{K}_{d4}$ ,  $\mathbf{K}_{d6}$  は微分ゲイン,  $\mathbf{r}_{nd} = [y_{nd}, z_{nd}]^T$ ,  $y_{4d}$ ,  $y_{6d}$  は手先と肘の目標位置,  $\mathbf{r}_n = [y_n, z_n]^T$ ,  $y_4$ ,  $y_6$  は手先と肘の実際の位置を表す.

## 8 衝突

ここではマニピュレータの関節と地面との衝突が起こった時の衝突前と衝突後の角速度の変化について考える. まず, 衝突は完全非弾性衝突とし, 衝突が時間  $t_1^- \leq t \leq t_1^+$  において生じるものと考え, 式 (12) で表現される拘束運動時の運動方程式を積分する.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}(t^+) = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}(t^-) + (\mathbf{j}_c^T - \mathbf{j}_r^T \mathbf{K})F_{im} \quad (49)$$

式 (49) の導出に際しては, 衝突の前後では角速度のみが不連続に変化するという仮定を設けている.  $\dot{\mathbf{q}}(t_1^+)$  と  $\dot{\mathbf{q}}(t_1^-)$  はそれぞれ衝突前後の角速度,  $F_{im} = \lim_{t_1^- \rightarrow t^+} \int_{t_1^-}^{t_1^+} f_ndt$  は衝突時の力積である. 一方で衝突後に角速度が満たすべき条件は  $C$  を  $t$  で微分することにより式 (50) として得られる.

$$\frac{\partial C_1}{\partial \mathbf{q}^T} \dot{\mathbf{q}}(t^+) = 0 \quad (50)$$

式 (49), (50) より, 衝突前後の角速度の関係を表すダイナミクスは以下のようになる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{q}) & -(\mathbf{j}_c^T - \mathbf{j}_r^T \mathbf{K}) \\ \frac{\partial C_1}{\partial \mathbf{q}^T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t_1^+) \\ F_{im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}(t_1^-) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

式 (50) より求められる衝突直後の角速度と衝突直前の角速度に置き換えることで衝突を表す. ここで  $t^+$  は衝突直後の時刻を表し,  $t^-$  は衝突直前の時刻を表す.  $t^-$  と  $t^+$  は 1 刻み幅内での時刻である.

## 9 シミュレーション

Fig.1 のような移動冗長マニピュレータを用い, 行った位置/力同時制御のコントローラの有効性の確認と関節と地面の衝突シミュレーションによる拘束条件の切り替えの問題点について述べる.

ここで用いる移動冗長マニピュレータは, リンクの質量を 5.0[kg], リンク 1 の長さを 0.2[m], リンク 2 の長さを 0.4[m], それ以降のリンクを 0.6[m] とする. モータのパラメータはトルク定数を 0.203, 抵抗を 1.1[Ω], インダクタンスを 0.0017[H], モータの慣性モーメントを 0.000164, 減速比を 3.0, 減速機の粘性摩擦係数を 0.01 とする.

まず, 位置/力同時制御のコントローラについて有効性を示す. 肘 4 と肘 6, 手先の目標軌道は式 (51)～式 (54) と設定する.

$$y_d(t) = 2.0 + 0.1 \cos\left(-\frac{2\pi}{5}t\right) \quad (52)$$

$$z_d(t) = 0.3 + 0.1 \sin\left(-\frac{2\pi}{5}t\right) \quad (53)$$

$$y_{4d}(t) = 0.55 \quad (54)$$

$$y_{6d}(t) = 1.2 \quad (55)$$

肘 4 と肘 6 の目標抗力はともに 125[N] とする. Fig.1 のように第 4 関節と第 6 関節がともに地面について拘束された状態を初期姿勢とし, 式 (39) のトルク入力のコントローラと式 (41) の電圧入力のコントローラを用い, 位置制御のゲインを 4 種類とりシミュレーションを行った. Fig.3～Fig.5 はそれぞれトルク入力での肘 4 の Y 座標, 肘 6 の Y 座標, 手先の軌道である. Fig.6 と Fig.7 は肘 4 の抗力, 肘 6 の抗力である. これらのグラフよりトルク入力で位置制御のゲインを変化させても力制御には影響がないことが分かる. また, Fig.8～Fig.10 はそれぞれ電圧入力での肘 4 の Y 座標, 肘 6 の Y 座標, 手先の軌道である. Fig.11 と Fig.12 は肘 4 の抗力, 肘 6 の抗力である. これらのグラフより電圧入力の場合でも位置制御のゲインを変化させても力制御にはほとんど影響がなく制御できていることが分かる. つまり, 力と位置を非干渉に制御できていると言えた. 次に手先が目標円軌道を追従しながら肘 6 の拘束状態が変化する 7 リンク移動マニピュレータについての衝突のシミュレーションと非干渉コントローラを用いる時の拘束状態の変化に関する問題点について述べる. 初期姿勢は Fig.2 の 1 のように第 6 関節が地面から浮いた状態とする. このシミュレーションでは肘の Z 座標が負になると衝突をおこして肘は地面に拘束され, 抗力が負になると拘束が外れるようにしており, その時の運動を示す. コントローラは式 (39) のトルク入力の位置と力非干渉化コントローラを使用し, このシミュレーションでの手先, 肘の目標位置は式 (56)～(59) のように与える.

$$y_d(t) = 2.0 + 0.3 \cos\left(-\frac{2\pi}{5}t\right) \quad (56)$$

$$z_d(t) = 1.0 + 0.3 \sin\left(-\frac{2\pi}{5}t\right) \quad (57)$$

$$y_{4d}(t) = 0.7 \quad (58)$$

$$y_{6d}(t) = 1.2 \quad (59)$$

目標抗力は肘 4 と肘 6 ともに設定せず, 位置制御のみを行うとする. 肘の拘束状態は Fig.2 に示したように

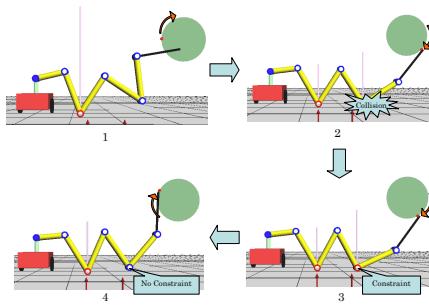


Fig. 2: Change of Constraint Condition

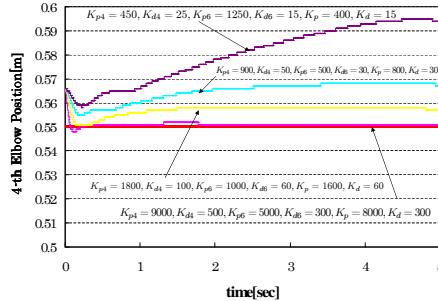


Fig. 3: Y Position of 4-th Elbow(Torque Input)

変化する。Fig.2の1の場合は、肘6は地面に接触しないので肘6は拘束されないで手先が円軌道を追従している。Fig.2の2の場合で、肘6の $z$ 座標が0以下になつた時に衝突を起こし、3のように関節は地面に拘束される。肘の抗力は0より小さくなると、Fig.2の4のように、拘束が外れる。目標物体を10秒間追従した時の肘6の座標をFig.13に、肘6の抗力をFig.14に示す。Fig.13とFig.14より、第6関節は最初床から離れているが、目標物体を追従しながら関節の $z$ 座標が0になると床に衝突し拘束され、追従物体が床から離れていくと関節にかかる抗力が負になり拘束が外れていることがわかる。このため、このシミュレーションでは衝突と拘束の切り替えが正しく行われているといえる。

ここで非干渉化位置／力同時制御のコントローラで目標抗力を設定した場合の結果について考察する。目標抗力を設定しない場合のシミュレーションと同様の初期角度からシミュレーションを開始し、目標抗力を125[N]とした時の肘6の $z$ 座標と抗力を示したものが、Fig.15、Fig.16である。0.8[sec]付近で衝突が起きるまでは肘6は浮いた状態なので抗力の制御は行われないが、肘の位置が下がり肘が地面に衝突すると抗力が発生し、肘の抗力が目標抗力に追従する。ここで目標抗力が設定されていない場合は、重力やマニピュレータの動きによって抗力が負になるという判定方法で拘束状態を変化させることができるが、目標抗力を設定した場合は手先軌道が手先の届かないところに行ってしまったとしても、抗力が目標抗力からずれることなく追従してしまうため、抗力が負になることで拘束をはずす判定方法では拘束状態を変化させることができない。よって、非干渉化位置／力同時制御のコントローラを用いる時にどのような判定手法を用いて拘束条件を変更するかについて考えなくてはならない。

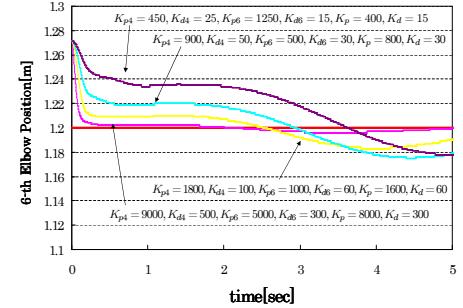


Fig. 4: Y Position of 6-th Elbow(Torque Input)

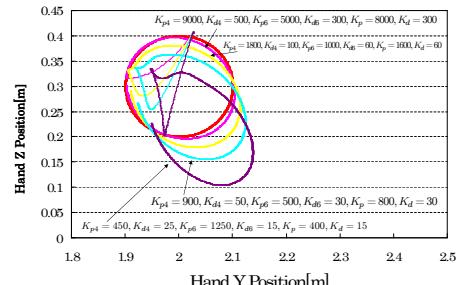


Fig. 5: Hand Position(Torque Input)

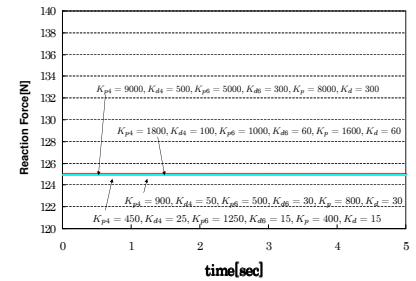


Fig. 6: Reaction Force of 4-th Elbow(Torque Input)

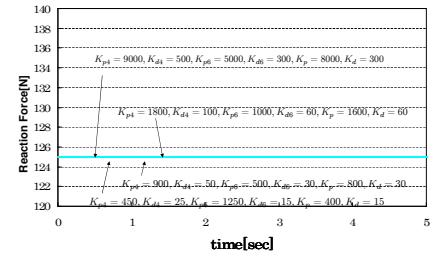


Fig. 7: Reaction Force of 6-th Elbow(Torque Input)

## 10 おわりに

本論文では、位置/力非干渉コントローラの有効性を示し、またアームの関節と地面の衝突を考慮した移動冗長マニピュレータのシミュレーション結果より、関節と地面の衝突と拘束の切り替えが正しくおこなえていることを示した。今後は目標抗力を設定し非干渉化位置／力同時制御のコントローラを用いる時、どのような判定手法で拘束の切り替えを行うかを考えていかなくてはならない。

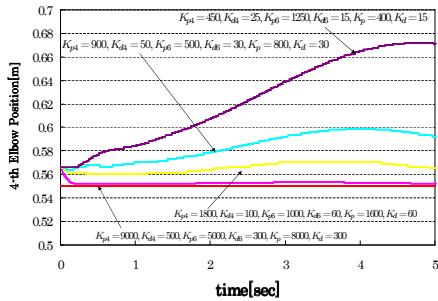


Fig. 8: Y Position of 4-th Elbow(Voltage Input)

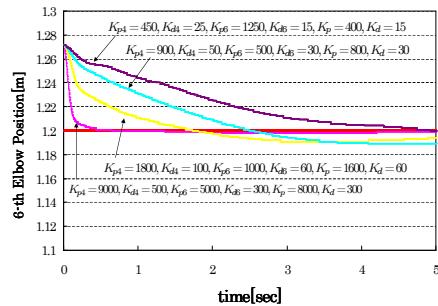


Fig. 9: Y Position of 6-th Elbow(Voltage Input)

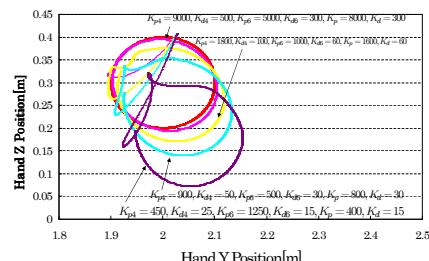


Fig. 10: Hand Position(Voltage Input)

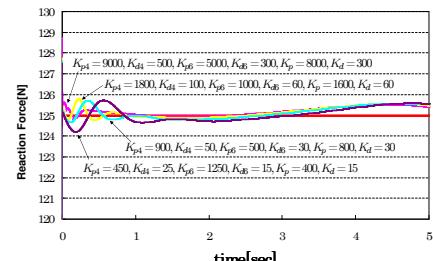


Fig. 11: Reaction Force of 4-th Elbow(Voltage Input)

## 参考文献

- 1) Yuto Washino, Mamoru Minami, Hidemi Kataoka, Takayuki Matsuno, Akira Yanou, Michiyuki Itoshima, Yosuke Kobayashi : "Hand- Trajectory Tracking Control with Bracing Utilization of Mobile Redundant Manipulator" SICE Annual Conference pp.219-224.
- 2) 糸島 道之, 尾崎 壮紘, 前場 友秀, 見浪 護, 矢納 陽, "肘付拘束冗長性を利用したハンド軌道追従と拘束運動の非干渉化制御-消費エネルギーを基準にした肘付位置と抗力の最適化-", 第2回コンピューテーションナル・インテリジェンス研究会, pp.73-79.
- 3) 顧文昊 : "肘付き冗長移動マニピュレータの位置/力非干渉化制御" 岡山大学自然科学研究科機械システム工学専

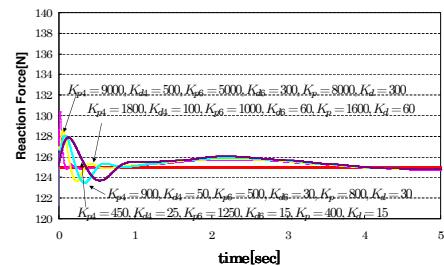


Fig. 12: Reaction Force of 6-th Elbow(Voltage Input)

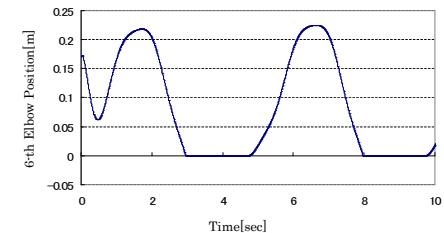


Fig. 13: Z Position of 6-th Elbow

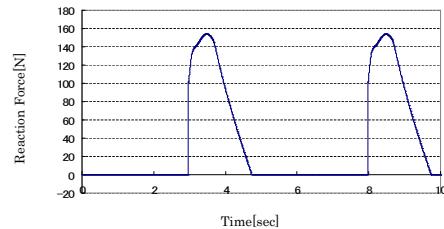


Fig. 14: Reaction Force of 6-th Elbow

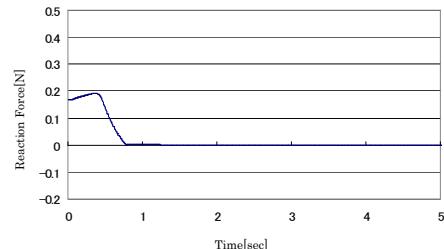


Fig. 15: Z Position of 6-th Elbow(Include a Force Control)

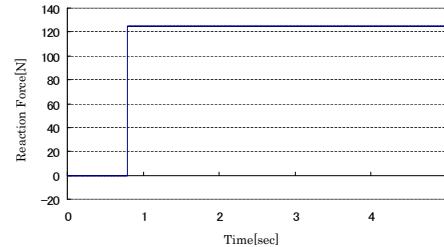


Fig. 16: Reaction Force of 6-th Elbow(Include a Force Control)

攻, 平成 24 年度修士論文 (2013).

- 4) 見浪護, 朝倉俊行, 藤原直史, 神原克宏 : "非ホロノミック移動マニピュレータの逆動力学補償の効果" 日本ロボット学会誌 Vol.15 No.2, pp.216~222, 1997.