

入出力データに基づくアルミ板温度制御実験装置への 2自由度一般化予測制御系の構成

Two Degree-of-Freedom Generalized Predictive Control System for Temperature Control of an Aluminum Plate Based on Input and Output Data

岡山大学 吉川 浩平・荒木 翔・矢納 陽・見浪 護・松野 隆幸

Kohei Yoshikawa, Sho Araki, Akira Yanou, Mamoru Minami and Takayuki Matsuno

Abstract This paper explores two degree-of-freedom generalized predictive control system for temperature control of an aluminum plate based on input and output data. Although this control law was constructed by physical modeling for an aluminum plate temperature control, integral compensation will always appear because a modeling error exists. Therefore this paper firstly builds the model of an aluminum plate temperature control system from input and output data in order to make a modeling error smaller. Next two degree-of-freedom generalized predictive control is applied to the derived first and fifth order models. The effectiveness of the proposed method is shown by numerical simulations and experimental results.

1 はじめに

現在、産業分野において「制御」は必要不可欠であり、様々な手法が提案されている。産業界で最も多く用いられている PID 制御は、構造が簡単であり制御パラメータが現場の技術者にとって直感的に理解しやすいというメリットがある反面、それぞれのゲインを決定するためには入力に対する応答を知る必要があることや、多入出力系のようにプロセスが複雑になると制御器を実装する際、最適な PID パラメータを探すのが困難である、というデメリットがある。制御系は、制御対象の特性に合わせて設計しなければならないため、一般に、設計時には制御対象の特性が既知、すなわち、制御対象を記述する数学モデル（伝達関数、状態方程式など）およびそれに含まれるパラメータが既知でなければならない。これまで GPC は、石油プラントなどサンプリング時間の長いシステムに適用が限られてきたが、近年計算機性能が目覚しく発達したことに伴い、動特性の速い制御対象に対しても適用されるようになった。

また、GPC の制御則は 2 自由度構成することで、モデル化誤差や外乱が存在する場合のみ積分補償の効果が働くようになるため、モデル化誤差や外乱が存在しない場合の目標値応答と、それらが存在する場合の目標値応答を独立に調整できる。これまで本研究ではアルミ板温度制御装置に対して物理モデリングを行うことで制御系を構成し、その有効性を検討してきたが、モデル化誤差が存在するため積分補償が行われてしまい、提案法の有効性を十分に発揮しているとは言えなかった。そこで本

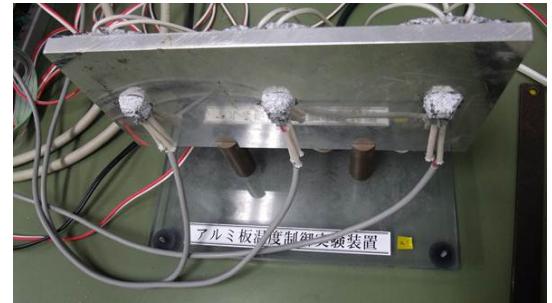


Fig. 1: Experimental device

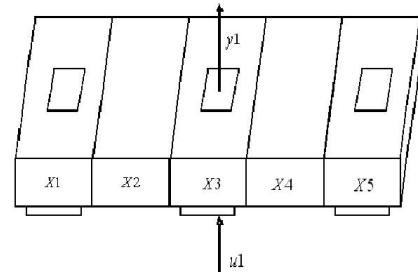


Fig. 2: Model of experimental device

論文では、まず始めに入出力データからアルミ板温度制御装置の 1 次のモデルを構築し、モデル化誤差をより小さくした上で GPC の 2 自由度系を適用し、その有効性を検討する。さらに入出力データから構築した 5 次のモデルに対しても同様の検討を行う。

2 問題設定

2.1 制御目標

制御対象を 1 入力 1 出力線形時不变系とする。

$$A[z^{-1}]y(t) = z^{-k_m}B[z^{-1}]u(t) \quad (1)$$

$y(t)$, $u(t)$ はそれぞれ出力, 入力を表し, $A[z^{-1}]$, $B[z^{-1}]$ はそれぞれ n , m 次の多項式である。また, 積分器の出力 $w(t)$ を, 目標値と出力の差を $e(t) = r - y(t)$ として次のように与える。

$$w(t) = \frac{1}{\Delta}e(t) \quad (\Delta = 1 - z^{-1}) \quad (2)$$

ここで, 制御目的は出力を目標値に追従させることである。

2.2 システム同定

Fig.1 に示すアルミ板温度制御装置のモデル Fig.2 に対し, 入出力データに基づいてそのモデルを同定する。本報告では実験時間を 1000[s] とし 10[s] ごとに 0[W] または 40[W] の入力をランダムに与え, その際のアルミ板温度の出力データを取得する。そして得られた入出力データから最小 2 乗法を用い, モデルのパラメータを導出する。アルミ板温度制御装置が線形離散時間モデルで表せるとして, 以下の式を考える。

$$A[z^{-1}]y(t) = z^{-k_m}B[z^{-1}]u(t) + C[z^{-1}]e(t) \quad (3)$$

始めに 1 次モデルを導出する。ここで, $y(t)$ は出力信号, $u(t)$ は入力信号, $e(t)$ は平均値 0 の白色雑音である。 $A[z^{-1}] = 1 + a_1z^{-1}$, $B[z^{-1}] = b_0$, $C[z^{-1}] = 1$ とする。これらを式 (3) に代入すると以下の式になる。

$$(1 + a_1z^{-1})y(t) = z^{-1}b_0u(t) + e(t) \quad (4)$$

ここで

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \begin{bmatrix} y(t) & \cdots & y(t+N) \end{bmatrix}^T \\ \Omega &= \begin{bmatrix} -y(t-1) & \cdots & -y(t-5) \\ \vdots & & \vdots \\ -y(t+N-1) & \cdots & -y(t+N-5) \\ u(t-1) & \cdots & u(t-5) \\ & & \vdots \\ u(t+N-1) & \cdots & u(t+N-5) \end{bmatrix} \\ \theta &= \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_5 & b_0 & \cdots & b_4 \end{bmatrix}^T \\ \bar{e} &= \begin{bmatrix} e(t) & e(t+1) & \cdots & e(t+N) \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

とすると式 (4) は

$$\bar{y} = \Omega\theta + \bar{e} \quad (5)$$

で表すことができる。この式 (5) の最小 2 乗解 $\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & \cdots & \hat{a}_5 & \hat{b}_0 & \cdots & \hat{b}_4 \end{bmatrix}^T$ を求めることによってアルミ板温度制御装置のモデルを得ることができる [2]。次に 1 次のシステム同定と同様に 5 次のモデルのシステム同定を行う。アルミ板温度制御装置は 5 次の場合,

$$A[z^{-1}] = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4} + a_5z^{-5}$$

$$B[z^{-1}] = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4}$$

$$C[z^{-1}] = 1$$

となる。これらを式 (3) に代入すると以下の式になる。

$$\begin{aligned} (1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4} + a_5z^{-5})y(t) &= \\ z^{-1}(b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4})u(t) + e(t) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \begin{bmatrix} y(t) & \cdots & y(t+N) \end{bmatrix}^T \\ \Omega &= \begin{bmatrix} -y(t-1) & \cdots & -y(t-5) \\ \vdots & & \vdots \\ -y(t+N-1) & \cdots & -y(t+N-5) \\ u(t-1) & \cdots & u(t-5) \\ & & \vdots \\ u(t+N-1) & \cdots & u(t+N-5) \end{bmatrix} \\ \theta &= \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_5 & b_0 & \cdots & b_4 \end{bmatrix}^T \\ \bar{e} &= \begin{bmatrix} e(t) & e(t+1) & \cdots & e(t+N) \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

とすると式 (6) は

$$\bar{y} = \Omega\theta + \bar{e} \quad (7)$$

で表すことができる。この式 (7) の最小 2 乗解

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & \cdots & \hat{a}_5 & \hat{b}_0 & \cdots & \hat{b}_4 \end{bmatrix}^T$$

を求めることにより 1 次モデルと同様に 5 次のアルミ板温度制御装置のモデルを得ることができる。

3 GPC の 2 自由度系

3.1 GPC による最適サーボ系の構成

まず, GPC による最適サーボ系を構成する [3]。制御対象の偏差系に対して予測式を求めるため, $y(t)$ が定常

値 , すなわち r と一致した場合 , 入出力値 u_∞ , y_∞ の関係は次のように与えられる .

$$A[z^{-1}]y_\infty = z^{-k_m}B[z^{-1}]u_\infty \quad (8)$$

これら定常値からの偏差を $\tilde{y}(t) = y(t) - y_\infty$, $\tilde{u}(t) = u(t) - u_\infty$ と定義し , つぎの偏差系を構成する .

$$A[z^{-1}]\tilde{y}(t) = z^{-k_m}B[z^{-1}]\tilde{u}(t) \quad (9)$$

式 (9) に対し , 以下の Diophantine 方程式を用いることで予測式 $\hat{y}(t+j|t)$ が導出できる .

$$\begin{aligned} 1 &= A[z^{-1}]E_j[z^{-1}] + z^{-j}F_j[z^{-1}] \\ E_j[z^{-1}]B[z^{-1}] &= R_j[z^{-1}] + z^{-j}S_j[z^{-1}] \end{aligned}$$

また , $\tilde{y}(t+j) = \hat{y}(t+j|t)$ の下で式 (9) に対し次の評価関数を考える .

$$\begin{aligned} J &= \sum_{j=N_1}^{N_2} \tilde{y}^2(t+j) + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda \tilde{u}^2(t+j-1) \\ &= (R\tilde{U} + H)^T(R\tilde{U} + H) + \lambda \tilde{U}^T\tilde{U} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $[N_1, N_2]$ は予測ホライズン , $[1, N_u]$ は制御ホライズン , λ は制御入力の重み係数である . J を最小化する \tilde{U} はそれについて偏微分すると以下で与えられる .

$$\tilde{U} = -(R^T R + \lambda I)^{-1} R^T H \quad (11)$$

これは偏差系に対する制御入力の式であるので , 時点 t で適用される制御則は次のようになる .

$$u(t) = H_0(z^{-1})r(t) - F_0(z^{-1})y(t) \quad (12)$$

ここで

$$\begin{aligned} H_0(z^{-1}) &= \frac{F_p[z^{-1}] + (1 + z^{-k_m}S_p[z^{-1}])K}{1 + z^{-k_m}S_p[z^{-1}]} \\ F_0(z^{-1}) &= \frac{F_p[z^{-1}]}{1 + z^{-k_m}S_p[z^{-1}]}, \quad K = \frac{A[1]}{B[1]} \\ [p_{N_1}, \dots, p_{N_2}] &= [1, 0, \dots, 0](R^T R + \lambda I)^{-1} R^T \\ F_p[z^{-1}] &= \sum_{j=N_1}^{N_2} p_j F_j[z^{-1}] \\ S_p[z^{-1}] &= \sum_{j=N_1}^{N_2} p_j S_j[z^{-1}] \end{aligned}$$

3.2 2自由度系の構成

つぎに GPC の 2自由度系 [4] の構成を与えるため , 積分補償を含め入力を以下で表す .

$$u(t) = H_0(z^{-1})r(t) - F_0(z^{-1})y(t) + Gz(t) \quad (13)$$

$z(t)$ が積分補償の項であり , G は試行錯誤によって選ばれるゲインである . 以下ではモデル化誤差や外乱が存在する場合のみ積分補償の効果が現れるような $z(t)$ を求める . 制御対象の式 (1) に式 (12) を適用することで目標値と出力に関する閉ループ系が構成される .

$$y(t) = T(z^{-1})r(t) \quad (14)$$

ここで $T(z^{-1})$ は閉ループ伝達関数を表す . するとモデル化誤差や外乱が存在しない場合の追従誤差 $e'(t)$ は次のように与えられる .

$$e'(t) = (1 - T(z^{-1}))r(t) \quad (15)$$

この場合の積分器出力 $w'(t)$ は

$$w'(t) = \frac{1}{\Delta} e'(t) \quad (16)$$

よって式 (2) および式 (15) から $z(t)$ を

$$\begin{aligned} z(t) &= w(t) - \frac{1}{\Delta}(1 - T(z^{-1}))r(t) \\ &= w(t) - w'(t) \end{aligned} \quad (17)$$

とすれば , モデル化誤差や外乱がない場合常に $z(t) = 0$ となり , 積分補償の効果が現れない . なお , $z(t) = w(t)$ とすれば積分補償が常に行われる .

4 数値シミュレーション

4.1 入出力データより得られたモデルのシミュレーション

以下の制御対象は 2. で得たアルミ板温度制御装置の 1 次モデル

$$\begin{aligned} A[z^{-1}] &= 1 - 0.9984z^{-1} \\ B[z^{-1}] &= 0.0058z^{-1} \\ k_m &= 1 \end{aligned}$$

および 5 次モデル

$$\begin{aligned} A[z^{-1}] &= 1 - 0.46406z^{-1} - 0.39298z^{-2} - 0.06099z^{-3} \\ &\quad - 0.9436z^{-4} + 0.021613z^{-5} \\ B[z^{-1}] &= 0.008z^{-1} + 0.00419z^{-2} + 0.00164z^{-3} \\ &\quad + 0.0039z^{-4} - 0.000348z^{-5} \\ k_m &= 1 \end{aligned}$$

である . GPC の設計パラメータは $N_1 = 1$, $N_2 = 12$, $N_u = 12$, $\lambda = 0.001$ とし積分ゲインは $G = 0.3$ と選んだ . さらに目標値は室温 (アルミ板の初期温度) からの温度差 $r = 4[^\circ\text{C}]$ である . Fig. 3 , Fig. 4 は上がり出力 , 下

が入力に関する図を示している。提案法(実線)はモデル化誤差が存在しない場合は最適サーボ系として働き、出力に対して300秒以降に加えたステップ状の外乱0.5[]に対して、積分補償の効果が現れ目標値追従を達成していることが分かる。また、最適サーボ系に積分器を附加しただけのもの(一点鎖線)に比べてオーバーシュートが抑えられ、制御入力も小さく抑えられていることが分かる。1次モデルと5次モデルを比較すると、1次モデルのときに比べ5次モデルの方が20[W]程度抑えられ、目標値追従も早かった。

4.2 物理モデリングにより得られたモデルのシミュレーション

物理モデリングにより得られたアルミ板温度制御装置の5次モデルは以下のように表される。

$$\begin{aligned} A[z^{-1}] &= 1 - 3.02z^{-1} + 3.452z^{-2} - 1.849z^{-3} \\ &\quad + 0.4615z^{-4} - 0.04282z^{-5} \\ B[z^{-1}] &= 0.04862z^{-1} - 0.118z^{-2} + 0.1017z^{-3} \\ &\quad - 0.03644z^{-4} + 0.004634z^{-5} \\ k_m &= 1 \end{aligned}$$

GPCの設計パラメータは4.1と同様である。入出力データより得られた5次モデルのシミュレーション結果(Fig. 4)と物理モデリングにより得られたモデルのシミュレーション結果(Fig. 5)を比較する。各図より4.1と同一の設計パラメータを用いると、過大な制御入力が与えられ、大きなオーバーシュートが生じる恐れがあることを確認できる。

5 実験結果

シミュレーションと同様の設計パラメータを用いて実験を行った結果をFig. 6およびFig. 7に示す。Fig. 6, Fig. 7はそれぞれ入出力データより得られた1次モデルおよび5次モデルを利用して制御系を構成した場合の実験結果を示し、Fig. 8は物理モデリングより得られた5次モデルを利用して制御系を構成した場合の実験結果を示している。ここでそれぞれ上が出力、下が入力に関する図を示している。Fig. 6, Fig. 7を比べると少しではあるが5次モデルを利用した制御則の方が入力が抑えられていることがわかる。Fig. 8はFig. 7と比較すると大きな入力が与えられるため出力にオーバーシュートが見られる。これはシミュレーションと同様に実際の制御対象に対して過大な制御入力を与える設計パラメータが選んでいるためであると考えられる。

6 おわりに

本論文では、入出力データから得られた1次および5次のアルミ板温度制御装置のモデルに対してGPCの2自由度系を適用し、その有効性をシミュレーションと実機実験で検討した。また物理モデリングによる5次のモデルと入出力データから得られた5次のモデルの制御結果を比較し、入出力データからモデルを同定する有効性を示した。今後の課題としては、入出力値に対する制約条件を考慮することや、システムが安定となる積分補償ゲインの選び方を検討することが挙げられる。

謝辞

本研究はJSPS科研費24760337の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs: Generalized Predictive Control-Part I. The Basic Algorithm; *Automatica*, Vol. 23, No. 2, 137-148(1987).
- [2] 森: 演習で学ぶディジタル制御; 森北出版(2012).
- [3] 藤崎, 池田: 2自由度積分型最適サーボ系の構成; 計測自動制御学会論文集, Vol.27, No.8, 907-914 (1991).
- [4] 矢納, 増田, 井上: 多項式代数法による一般化予測制御系の2自由度構成法; 第12回計測自動制御学会中国支部学術講演会論文集, 98-99(2003).
- [5] 西崎 純基: 強安定予測制御系の一設計法; 岡山大学工学部システム工学科, 平成22年度卒業論文(2010).
- [6] E.F.Cawacho and C.Bordons: Model Predictive Control in the Process Industry; Springer, (1995).
- [7] Akira Yanou, Shiro Masuda, Mingcong Deng and Akira Inoue: An Extension of Self-Tuning Two Degree-of-freedom GPC Based on Polynomial Approach with Computational Savings; *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol.5, No.10(B), pp.3431-3438, (2009).

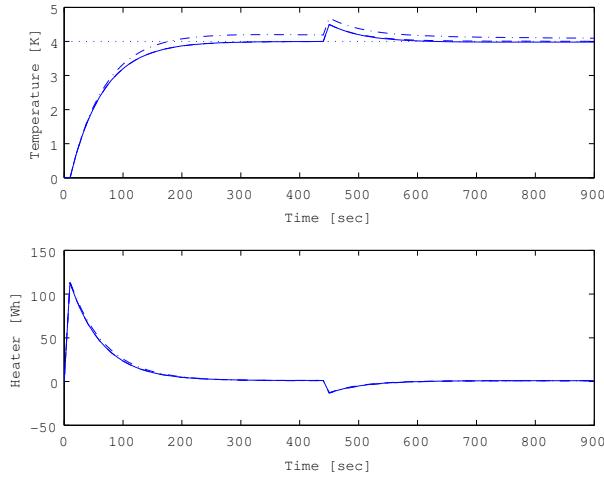


Fig. 3: Simulation results of output response (upper) and input response (lower) (the first order model based on input and output data)

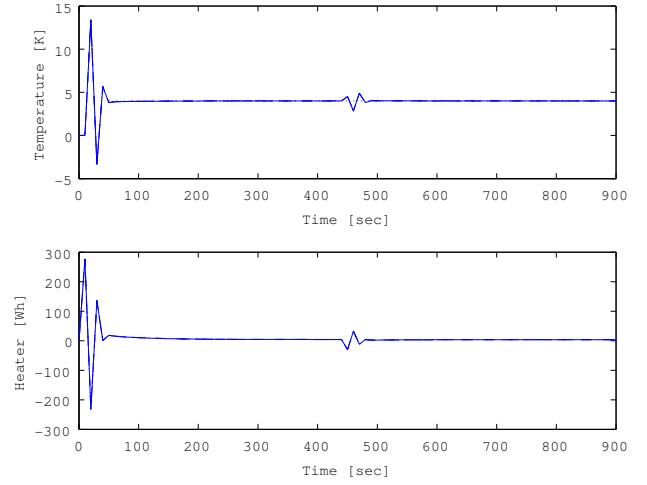


Fig. 5: Simulation results of output response (upper) and input response (lower) (the fifth order model based on physical modeling)

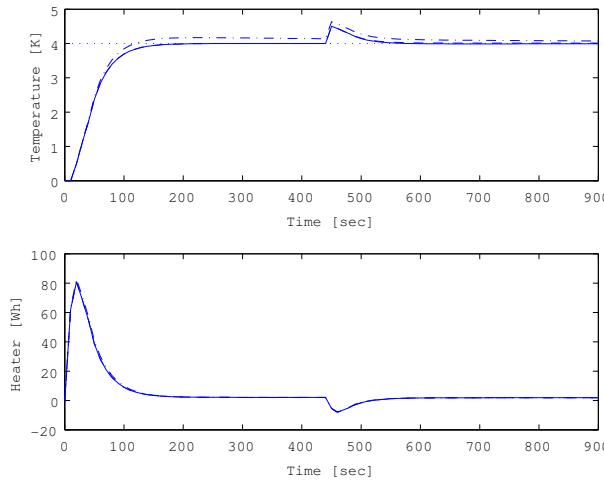


Fig. 4: Simulation results of output response (upper) and input response (lower) (the fifth order model based on input and output data)

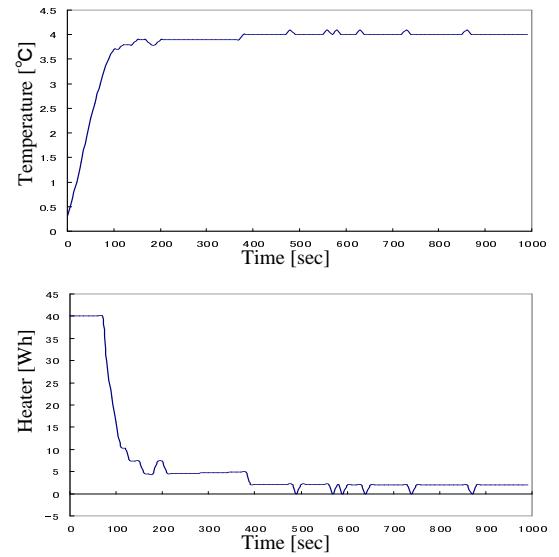


Fig. 6: Experiment results of output response (upper) and input response (lower) (the first order model based on input and output data)

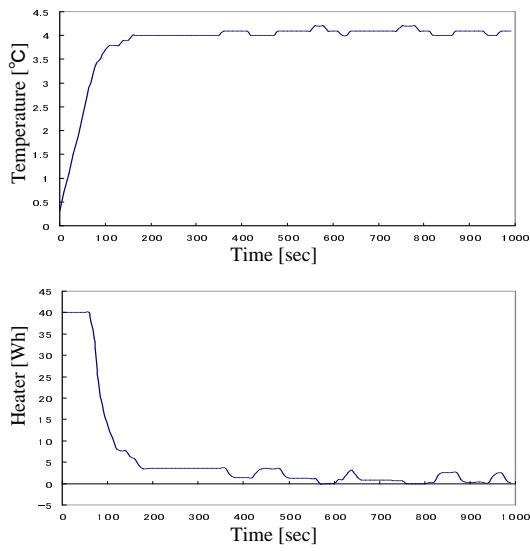


Fig. 7: Experiment results of output response (upper) and input response (lower) (the fifth order model based on input and output data)

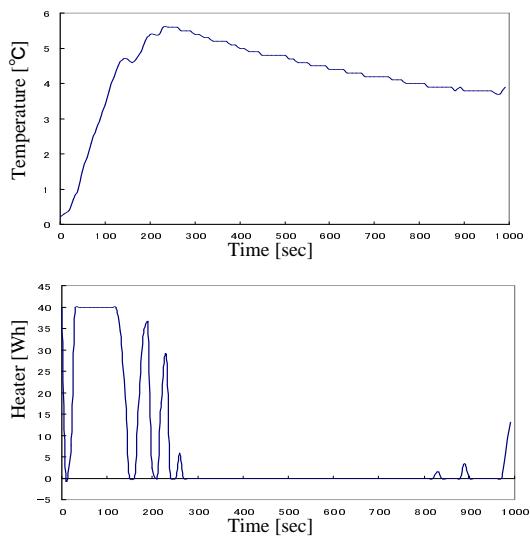


Fig. 8: Experiment results of output response (upper) and input response (lower) (the fifth order model based on physical modeling)