2 自由度構成した一般化予測制御則のアルミ板温度制御への応用

○ 西崎 純基 * 　岡崎 聡 * 　矢納 陽 * 　見浪 護 *
* 岡山大学

Application of Two Degree-of-Freedom Generalized Predictive Control to Temperature Control of an Aluminum Plate

○ Junki Nishizaki*, Satoshi Okazaki*, Akira Yanou* and Mamoru Minami*
*Okayama University

Abstract: This paper considers an application of two degree-of-freedom generalized predictive control (Two DOF GPC) to temperature control of an aluminum plate. The proposed method gives an integral compensation only if there is modeling error or disturbance. The effectiveness of the proposed method is verified by applying to temperature control of an aluminum plate model.

1. はじめに

一般化予測制御法 (Generalized Predictive Control:GPC) [1] は積分器を内部に含ませることでステップ状の目標値へのロバストな追従を実現する．しかし，積分補償の効果は過渡特性の悪化や制御入力の増加を招く可能性があるため，目標値応答特性とは独立に，モデル化誤差や外乱が存在する場合のみその効果が現れる 2 自由度構成が望ましい．この考えに立った制御系は最適サーボ系において提案されており [2]，これに基づき筆者らは状態空間法を用いて GPC の枠組で 2 自由度構成法を提案している [3]．また多項式代数法による検討 [4] も行っているが，実機を想定した検討は十分に行われていなかった．

そこで本報告では，多項式代数法に基づき，モデル化誤差や外乱が存在する場合のみ積分補償の効果が現れる GPC を，アルミ板温度制御実験装置のモデルに適用し，その有効性を検討する．また，従来の GPC [1] の評価関数は制御入力の増分を評価するが，提案法は追従達成時の制御入力からの偏差量を組み入れるので，その意味が明確になり，入力の絶対量の評価も簡単になる．

記号 z^{-1} で時間遅れ $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ を表す．z^{-1} に関する多項式を $A[z^{-1}]$，有理関数を $A(z^{-1})$ と書いて区別する．

2. 問題設定

制御対象を 1 入力 1 出力線形時不変系とする．

$$A[z^{-1}]y(t) \;=\; z^{-k_m}B[z^{-1}]u(t) \qquad (1)$$

$y(t)$，$u(t)$ はそれぞれ出力，入力を表し，$A[z^{-1}]$，$B[z^{-1}]$ はそれぞれ n，m 次の多項式である．また，積分器はその出力を $w(t)$，目標値と出力の差を $e(t) = r - y(t)$ として次のように与える．

$$w(t) \;=\; \frac{1}{\Delta}e(t) \quad (\Delta = 1 - z^{-1}) \qquad (2)$$

ここで，制御目的は出力を目標値に追従させることである．

3. GPC の 2 自由度系

3.1 GPC による最適サーボ系の構成

まず，制御対象の偏差系に対して予測式を求める．$y(t)$ が定常値，すなわち r と一致した場合，入出力値 u_∞，y_∞ の関係は次のように与えられる．

$$A[z^{-1}]y_\infty \;=\; z^{-k_m}B[z^{-1}]u_\infty$$

これら定常値からの偏差を $\tilde{y}(t) = y(t) - y_\infty$，$\tilde{u}(t) = u(t) - u_\infty$ と定義し，つぎの偏差系を構成する．

$$A[z^{-1}]\tilde{y}(t) \;=\; z^{-k_m}B[z^{-1}]\tilde{u}(t) \qquad (3)$$

(3) 式に対し，以下の Diophantine 方程式を用いることで予測式を導出する．

$$1 = A[z^{-1}]E_j[z^{-1}] + z^{-j}F_j[z^{-1}]$$
$$E_j[z^{-1}]B[z^{-1}] = R_j[z^{-1}] + z^{-j}S_j[z^{-1}]$$

なお $R_j[z^{-1}] = r_0 + r_1z^{-1} + \cdots + r_{j-1}z^{-(j-1)}$ である．予測式はベクトル形式で書くとつぎのように表せる．

$$\hat{\tilde{Y}} \;=\; R\tilde{U} + H \qquad (4)$$

ここで

$$\begin{aligned}
\hat{\tilde{Y}} &= [\hat{\tilde{y}}(t+1|t)\cdots\hat{\tilde{y}}(t+N_2|t)]^T\\
\tilde{U} &= [\tilde{u}(t)\cdots\tilde{u}(t+N_u-1)]^T\\
H &= [h_1(t)\cdots h_{N_2}(t)]^T\\
h_j(t) &= F_j[z^{-1}]\tilde{y}(t) + z^{-k_m}S_j[z^{-1}]\tilde{u}(t)\\
R &= \begin{bmatrix} r_0 & 0 & 0\\ \vdots & \ddots & 0\\ r_{N_2-1} & \cdots & r_0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$[1, N_2]$ は予測ホライズン，$[1, N_u]$ は制御ホライズンを表す．ここで $k_m = 1$，$N_2 = N_u$ とする．また，$\tilde{y}(t+j) = \hat{\tilde{y}}(t+j|t)$ の下で (3) 式に対し次の評価関数を考える．

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{j=1}^{N_2}\tilde{y}^2(t+j) + \sum_{j=1}^{N_u}\lambda\tilde{u}^2(t+j-1)\\
&= (R\tilde{U}+H)^T(R\tilde{U}+H) + \lambda\tilde{U}^T\tilde{U} \qquad (5)
\end{aligned}$$

J を最小化する $\tilde{U}$ はそれについて偏微分することで以下で与えられる．

$$\tilde{U} \;=\; -(R^TR + \lambda I)^{-1}R^TH$$

これは偏差系に対する制御入力の式であるので，時点 t で適用される制御則は次のようになる．

$$u(t) \;=\; H_0(z^{-1})r(t) - F_0(z^{-1})y(t) \qquad (6)$$

ここで

$$
\begin{aligned}
H_0(z^{-1}) &= \frac{F_p[z^{-1}]+(1+z^{-k_m}S_p[z^{-1}])K}{1+z^{-k_m}S_p[z^{-1}]} \\
F_0(z^{-1}) &= \frac{F_p[z^{-1}]}{1+z^{-k_m}S_p[z^{-1}]},\ K=\frac{A[1]}{B[1]} \\
[p_{N_1},\cdots,p_{N_2}] &= [1,0,\cdots,0](R^TR+\lambda I)^{-1}R^T \\
F_p[z^{-1}] &= \sum_{j=N_1}^{N_2} p_j F_j[z^{-1}] \\
S_p[z^{-1}] &= \sum_{j=N_1}^{N_2} p_j S_j[z^{-1}]
\end{aligned}
$$

3.2 2 自由度系の構成

積分補償を含めた入力を次のように表す．

$$
u(t) = H_0(z^{-1})r(t) - F_0(z^{-1})y(t) + Gz(t) \tag{7}
$$

$z(t)$ が積分補償の項であり，G は試行錯誤によって選ばれるゲインである．以下ではモデル化誤差や外乱が存在する場合のみ積分補償の効果が現れるような $z(t)$ を求める．

制御対象 (1) 式に制御入力 (6) 式を適用することで目標値と出力に関する閉ループ系が構成される．

$$
y(t) = T(z^{-1})r(t)
$$

ここで $T(z^{-1})$ は閉ループ伝達関数を表す．するとモデル化誤差や外乱が存在しない場合の追従誤差 $e(t)$ は次のように与えられる．

$$
e(t) = (1-T(z^{-1}))r(t) \tag{8}
$$

よって (2) 式および (8) 式から $z(t)$ を

$$
z(t) = w(t) - \frac{1}{\Delta}(1-T(z^{-1}))r(t)
$$

とすれば，モデル化誤差や外乱がない場合常に $z(t)=0$ となり，積分補償の効果が現れない．なお，$z(t)=w(t)$ とすれば積分補償が常に行われる．

4. 数値例

提案法の有効性を数値例によって示す．制御対象はアルミ板温度制御装置に関する以下のモデルである．

$$
\begin{aligned}
A[z^{-1}] &= 1-3.02z^{-1}+3.452z^{-2}-1.849z^{-3} \\
&\quad +0.4615z^{-4}-0.04282z^{-5} \\
B[z^{-1}] &= 0.04862z^{-1}-0.118z^{-2}+0.1017z^{-3} \\
&\quad -0.03644z^{-4}+0.004634z^{-5} \\
k_m &= 1
\end{aligned}
$$

また GPC のパラメータは $N_2=12$，$N_u=12$，$\lambda=1$ で積分ゲインは $G=0.3$ と選んだ．さらに目標値は室温 (アルミ板の初期温度) からの温度差 $r=4$[K] である．

Fig.1 は上が出力，下が入力に関する図を示している．提案法 (実線) はモデル化誤差が存在しない場合は最適サーボ系 (破線) として働き，2500 秒以降に加わった出力に対するステップ状の外乱 0.5[K] に対して，積分補償の効果が現れ目標値追従を達成していることが分かる．また，最適サーボ系に積分器を付加したもの (一点鎖線) に比べてオーバーシュートが抑えられ，制御入力も小さく抑えられていることが分かる．

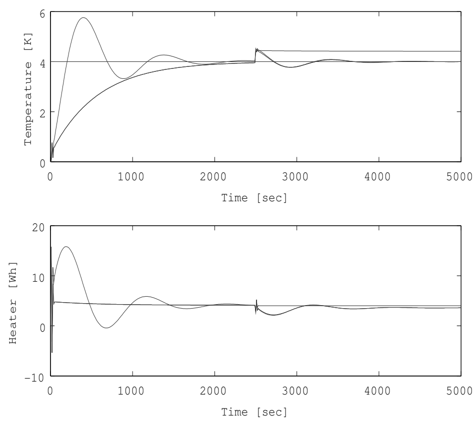

Fig.1 Simulation results of output(upper) and input(lower)

5. おわりに

本報告では，多項式代数法に基づき，モデル化誤差や外乱が存在する場合のみ積分補償が現れる一般化予測制御系の 2 自由度構成法をアルミ板温度制御実験装置のモデルに適用し，その有効性をシミュレーションにより示した．

今後の課題としては，入出力値に対する制約条件を考慮することや，システムが安定となる積分補償ゲインの系統的な選び方が挙げられる．

参考文献

1) D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs:Generalized Predictive Control-Part I.The Basic Algorithm, *Automatica*, Vol. 23, No. 2,137-148(1987)

2) 藤崎, 池田:2 自由度積分型最適サーボ系の構成, 計測自動制御学会論文集,Vol.27,No.8,907-914 (1991)

3) 矢納, 増田, 井上, 平嶋:状態空間法による一般化予測制御系の 2 自由度構成法, システム制御情報学会論文誌, 第 12 巻, 第 2 号,106-114 (1999)

4) 矢納, 増田, 井上:多項式代数法による一般化予測制御系の 2 自由度構成法, 第 12 回計測自動制御学会中国支部学術講演会論文集,98-99(2003)